《数学分析Ⅰ》教学大纲

课程编码：112723

课程名称：数学分析

学时/学分：84/4

先修课程：

适用专业：数学与应用数学专业

开课教研室：分析与方程教研室

一、课程性质与任务

1．课程性质:《数学分析Ⅰ》是数学与应用数学专业的一门重要的核心课程，以一元函数微分学为基本内容，是学生学习分析学系列课程及其后继课程的重要基础，也是高观点下深入理解中学教学内容的基础，在第 1 学期开设。

2．课程任务：通过本课程的学习，使学生获得极限论、一元函数微分学等方面的系统知识，并在学习知识的过程中，使学生在逻辑推理能力、计算能力、应用与创新能力等方面受到严格的专业训练，逐步培养学生良好的数学素养。掌握一元函数微分学内容，为学习数学分析Ⅱ、数学分析Ⅲ、数学分析 IV 及分析学系列课程（复变函数、变实函数、微分方程、泛函分析等)及其后继课程打好基础,并自然地渗透对学生进行逻辑和数学抽象的特殊训练。

二、课程教学基本要求

通过本课程的讲授与作业使学生对极限思想有较深刻的认识,基本上掌握通过极限方法研究初等函数性质的技巧。正确理解数学分析的基本概念，熟悉基础理论，基本上掌握数学分析中的论证方法，获得熟练的演算技能，并具备初步的应用能力。

本课程总评成绩由期中考试、期末考试和平时学习情况两大部分构成，平时学习情况包括：课堂表现、出勤率及作业完成情况。成绩的评定采用百分制，60 分为及格。期末考试（闭卷考试）成绩占总评成绩的 70%，期中考试成绩占总评成绩的 20%，平时学习情况占总评成绩的 10%。

三、课程教学内容

第一章　　实数集与函数

1．教学基本要求

（1）掌握无限集、有界集、无界集、邻域、确界的概念。

（2）理解实数的连续性、有序性、稠密性、阿基米德性质、实数对四则运算和正实数的开方运算的封闭性。

（3）掌握反函数的概念以及存在的必要条件与充分条件。

（4）逐步正确使用量词符号。

2．要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章学习，使学生掌握无限集、有界集、无界集、邻域、确界的概念。理解实数的性质以及确界原理。掌握初等绝对值不等式的证明技巧、能够证明简单函数的有界性、单调性、奇偶性与周期性、以及函数图象的平移、翻转、放缩叠加方法。

3．教学重点和难点

教学重点是绝对值不等式的解法与证明，函数的各种性态，有界集，确界的概念及确界原理。教学难点是确界的概念及确界原理。

4．教学内容

第一节　　实数

1．实数及其性质

2．绝对值与不等式

第二节　　确界原理

1．区间与邻域

2．有界集·确界原理

第三节　　函数概念

1．函数的定义

2．函数的表示法

3．函数的四则运算

4．复合函数

5．反函数

6．初等函数

第四节　　具有某些特性的函数

1．有界函数

2．单调函数

3．奇函数和偶函数

4．周期函数

第二章　　数列极限

1．教学基本要求

（1） 通过数列极限的教学将学生的认识领域从”有限”扩大到”无限”，逐步熟悉和理解极限方法。

（2）深刻理解数列极限的ε---N定义，特别是ε的”任意”与”给定”的双重意义，以及N对ε的依赖性，但同时也须明确不是ε的函数。

（3）理解无穷小数列的概念和它与极限间的关系，以及无穷大数列和无界数列的关系。

（4）理解子序列的含义

2．要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章学习，使学生掌握数列极限的ε---N定义以及邻域定义，掌握用ε---N定义证明有理式与简单无理式的极限。深刻理解单调有界定理，迫敛性定理，子序列定理，逐步掌握灵活使用这些定理的技巧。

3．教学重点和难点

教学重点是数列极限的定义，验证数列的极限，求出定义中的N的表示；收敛的性质(唯一性、有界性、保号性、保不等式性、迫敛性及四则运算)；数列极限的计算； 单调有界定理、致密性定理、数列极限的柯西收敛准则，用子列刻划数列的收敛性。教学难点是用ε---N定义证明有理式与简单无理式的极限，数列极限的柯西收敛准则。

4．教学内容

第一节　数列极限的概念

1. 数列极限的ε---N定义
2. 数列极限的邻域定义

第二节　收敛数列的性质

1. 收敛数列的唯一性、有界性、保号性、保不等式性、迫敛性
2. 数列极限的四则运算
3. 子列、收敛子列定理

第三节　数列极限存在的条件

1. 单调数列、单调有界定理
2. 柯西（**Cauchy**）收敛准则.

第三章　函数极限

1．教学基本要求

(1)深刻理解“$\varepsilon-$M ”与“ $\varepsilon-\delta$”的定义,基本思想与几何意义,理解f在x_0 处的极限与f在x_0处取值情况的无关性。

（2）掌握在“∞”、“+∞”、“－∞”处极限的定义与无穷大极限的定义，并能熟练地使用“ε－X”，“M－δ”等语言表述这些定义以及相应的逻辑非命题。

（3）深刻理解有关无穷小量的一系列概念，无穷小量，等价无穷小，同阶无穷小……等。

（4）深刻理解归结原理的含义，掌握其证明。

（5）深刻理解函数极限的柯西收敛准则，掌握其证明。

（6）熟练使用二个重要的极限计算某些不定型的极限。

（8）对比数列极限的性质，明确函数极限的某些性质的局部性。

2．要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章学习，使学生掌握$x\to\infty$时函数的极限、$x\to x_0$时函数的极限、无穷小量与无穷大量的定义；理解归结原理的含义，理解函数极限的柯西收敛准则，明确函数极限的某些性质的局部性；熟练使用二个重要的极限计算某些不定型的极限。

3．教学重点和难点

教学重点是函数极限的定义，求函数极限；性质（唯一性，局部有界性，局部保号性、保不等式性等）；归结原则，柯西准则；两个重要极限。教学难点是函数极限的局部性质，柯西准则。

4．教学内容

第一节　函数极限的概念

1．$x\to\infty$时函数的极限

2．$x\to x_0$时函数的极限

第二节　函数极限的性质

1．函数极限的唯一性、局部有界性、局部保号性、保不等式性、迫敛性

2．函数极限的四则运算法则

第三节　函数极限存在的条件

1．归结原则

2．单侧极限存在定理

3．函数极限的柯西准则

第四节　两个重要极限

1．证明$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$

2．证明$\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^x=e$

第五节　无穷小量与无穷大量

1．无穷小量

2．无穷小量阶的比较

3．无穷大量

4．曲线的渐近线

第四章　函数的连续性

1．教学基本要求

（1）牢固掌握函数在一点处连续的定义的二种形式。

（2）深刻理解单侧连续的定义及间断点的概念及其分类。

（3）深刻理解“一致连续”的概念，理解“连续”是微观概念；“一致连续”是宏观

概念；掌握闭区间上连续函数的基本性质。

（4）了解初等函数在其定义区间内的连续性。

2．要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章学习，使学生掌握函数在一点处连续的定义、单侧连续的定义及间断点的概念、“一致连续”的概念；掌握闭区间上连续函数的基本性质；掌握一般连续的逻辑是非命题及其在具体问题中的应用。

3．教学重点和难点

教学重点是连续性的概念，闭区间上连续函数的基本性质，一致连续性。教学难点是一致连续性。

4．教学内容

第一节　　连续性概念

1．函数在一点的连续性

2．间断点及其分类

3．区间上的连续函数

第二节　　连续函数的性质

1．连续函数的局部性质

2．闭区间上连续函数的基本性质

3．反函数的连续性

4．一致连续性

第三节　　初等函数的连续性

1．指数函数的连续性

2．初等函数的连续性

第五章　　导数和微分

1．教学基本要求

（1）深刻理解导数的定义与几何意义。

（2）深刻理解微分的定义与几何解释;以及一阶微分形式不变性的确切含义。

（3）熟练掌握求导,求微分的方法。

（4）掌握用单侧导数的定义求出函数在一些特殊点处的导数，掌握说明函数在该点的导数不存在的方法。

2．要求学生掌握的基本概念、理论、技能

通过本章学习，使学生掌握导数的定义、微分的定义；理解一阶微分形式不变性的确切含义；掌握求导,求微分的方法。

3．教学重点和难点

教学重点是导数的定义与几何意义；求导法则；参变量函数的导数；高阶导数；微分。教学难点是反函数的导数;复合函数的导数；参变量函数的导数；高阶导数；微分在近似计算中的应用。

4．教学内容

第一节　导数的概念

1．导数的定义

2．导函数

3．导数的几何意义

第二节　求导法则

1．导数的四则运算

2．反函数的导数

3．复合函数的导数

4．基本求导法则与公式

第三节　参变量函数的导数

1. 在 t_0 处的导数

2. 参变量函数的导数

3. 向径与切线夹角的正切

第四节　高阶导数

1．高阶导数的定义

2．莱布尼兹公式

3．参变量函数的二阶导数

第五节　微分

1．微分的概念

2．微分的运算法则

3．高阶微分

4．微分在近似计算中的应用

四、学时分配

1．讲授内容及学时分配

章序	内容	课时	备注
一	实数与函数	10	
二	数列极限	12	
三	函数极限	12	

四	函数的连续性	10	
五	导数和微分	12	
合计		56	

2．实践内容及学时分配

序号	项目名称	内容提要	学时	必/选开
1	实数与函数习题课	1．绝对值不等式的解法与证明 2．证明简单函数的有界性、单调性 3．函数图象的平移、翻转、放缩叠加方法	4	必开
2	数列极限习题课	1． 按$\varepsilon--N$定义验证数列极限 2．求有理式与简单无理式的极限 3．应用柯西收敛准则判断数列的敛散性	6	必开
3	函数极限习题课	1．按定义验证函数极限 2．求函数极限 3．使用二个重要极限计算某些不定型的极限。 4．叙述函数极限的归结原则与柯西准则	6	必开
4	函数的连续性习题课	1．指出函数的间断点及其类型 2．证明函数在某区间上的一致连续性	6	必开
5	导数和微分习题课	1.求反函数的导数、复合函数的导数、参变量函数的导数、高阶导数； 2．求函数微分，利用微分求近似值	6	必开
合计			28	

五、主用教材及参考书

（一）主用教材：

《数学分析》(第四版)上册 主编:华东师范大学数学系　出版社:高等教育出版社　出版时间:2010 年。

（二）参考书：

1.《数学分析》（第二版）主编：陈传璋，金福临，朱学炎，欧阳光中　出版社：高等教育出版社　出版时间：2002 年。

2.《数学分析》（第一版）主编：陈纪修，於崇华 ，金路著　出版社：高等教育出版社　出版时间：2002 年。

3.《数学分析中的典型问题与方法》 主编：裴礼文　出版社：高等教育出版社　出版

时间：2006年。

执笔：雷铁菊

审定：张秦　　梁桂珍